양자 개념을 도입한 다목적 함수 진화 알고리즘

Quantum-inspired Multiobjective Evolutionary Algorithm

○김 예 훈*, 김 종 환**, 한 국 현***
*한국과학기술원 전자전산학과 (TEL : 042-869-5448; FAX : 042-869-8877 ; E-mail: yhkim@rit.kaist.ac.kr)
**한국과학기술원 전자전산학과 (TEL : 042-869-3448; FAX : 042-869-8877 ; E-mail: johkim@rit.kaist.ac.kr)
***삼성전자 디지털 미디어 R&D 센터 (E-mail : khan@khhan.com)

Abstract This paper proposes a multiobjective evolutionary algorithm (MOEA) inspired by quantum computing, named quantum-inspired multiobjective evolutionary algorithm (QMOEA). In the previous papers, quantum-inspired evolutionary algorithm (QEA) was proved to be better than conventional genetic algorithms for single objective optimization problems. To improve the proximity as well as the diversity in MOEAs, QMOEA is proposed by employing the concept and principles of quantum computing such as a quantum bit, uncertainty, and superposition of states. Experimental results pertaining to the multiobjective 0/1 knapsack problem show that the QMOEA finds solutions close to the Pareto-optimal front while maintaining a better spread of nondominated set.

Keywords Multiobjective evolutionary algorithms, Quantum-inspired evolutionary algorithm, Multiobjective 0/1 knapsack problems

1. 서론

진화 알고리즘(Evolutionary Algorithms)은 자연의 적자생존 법칙에서 유래한 확률기반 탐색 기법이다. 기존의 탐색 알고리즘들은 최적해(optimal solution)을 찾는데 매우 많은 시간이 걸렸었다. 그러나 진화 알고리즘은 단목적 함수 최적화 문제뿐 만 아니라 다목적 함수 최적화 문제를 단시간 안에 해결하기에 매우 적합한 기법이다.

여러 종류의 함수를 동시에 최적화시키는 문제가 최근에 대두되고 있다[1], [2]. 그리고 문제에 대한 탐색 공간 복잡도가 높아짐에 따라 다목적 함수 진화 알고리즘(multiobjective evolutionary algorithms, MOEA)의 중요성이 커지고 있다[3]-[8]. 초창기에 외부 집단을 사용해 엘리트주의(elitism)를 유지시키는 강화 파레토 진화 알고리즘 (strength Pareto evolutionary algorithm, SPEA)[3]이 발표 된 후 비우위 정렬 진화 알고리즘 (nondominated sorting genetic algorithm, NSGA)[5] 등의 기법들이 연구되었다. 그 후 알고리즘들은 보다 정교하게 발전하면서 convex, non-convex, multimodal, deceptive 등의 문제에서 뛰어난 성능을 보이고 있다[4], [6].

다목적 함수 최적화 문제의 해 공간을 효과적으로 탐색하기 위해서 양자 컴퓨팅의 개념을 도입한 연구가 활발히 진행 중이다. 양자 컴퓨터는 1980 년대 초에 처음 제안되었다[9], [10]. 그리고 1980 년대 후반에 다양한 연구가 이루어졌고 1990 대에 이르러서는 디지털 컴퓨터에 양자개념을 도입한 진화 컴퓨팅 기법이 연구되었다[13]-[17]. 최근에는 양자 진화 알고리즘 (Quantum-inspired Evolutionary Algorithm, QEA)이 발표되고 있다[18] [19]. 양자 진화 알고리즘은 전역 최적 해를 찾는 양자 알고리즘이 아닌 진화 알고리즘 중 하나이다.

이 논문에서는 양자 개념을 도입한 다목적 함수 진화 알고리즘(Quantum-inspired multiobjective evolutionary algorithm, QMOEA)을 제안한다. 양자 다목적 진화 알고리즘은 파레토 해 집합(Pareto front)에 근접하고 다양한 해를 보존할 수 있는 양자 진화 알고리즘의 장점을 그대로 지닌다. 그리고 양자 진화 알고리즘의 장점을 살리면서 일반적인 MOEA 구조에 적용한다. 최근에 개발된 MOEA 중의 하나인 비우위 정렬 진화 알고리즘(Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II, NSGA-II)은 비우위 정렬(nondominated sorting) 방법과 군집도 거리 할당(crowding distance assignment) 방법을 통해 엘리트주의를 강화하고 해의 다양성(diversity)을 효과적으로 유지하는 알고리즘이다. 이 알고리즘의 기본 구조에 양자컴퓨팅 기법을 도입해 엘리트주의를 더욱 강화하고 해집합이 고르게 퍼지게 한다면 더욱 강력한 다목적 함수 진화 알고리즘이 될 것이다. 양

자 컴퓨팅에서 사용하는 양자 비트(Quantum bit)들에 대한 다중 관찰(multiple observation)은 가장 좋은 해 근처의 지역 탐색을 도울 수 있다. 또한 매 세대마다 최고 양자 개체를 유지하는 것은 갱신 연산에 의해 좋은 품질의 개체들의 손실을 방지한다. 이 논문에서는 진화 알고리즘에 양자 컴퓨팅 개념을 도입한 것뿐 만 아니라 개체군을 여러 그룹으로 나누어 최고 그룹과 다른 그룹을 비교하는 방법을 제시한다. 다목적 함수 진화 알고리즘의 성능을 결정짓는 중요한 요소인 수렴 속도와 다양성 유지는 제안된 알고리즘에 의해 크게 향상 될 것이다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2 장에서는 양자 진화 알고리즘의 개요를 살펴보고 3 장에서는 비우위 정렬 진화 알고리즘을 기술한다. 4 장에서는 제안된 양자 다목적 함수 진화 알고리즘에 대해 자세히 설명한다. 5 장에서는 제안하는 알고리즘의 성능을 기존 알고리즘과 비교하고 마지막으로 6 장에서는 결론을 맺는다.

2. 양자 진화 알고리즘

기본적으로 양자 진화 알고리즘(QEA)는 2-상태의 정보가 저장되어있는 가장 작은 유닛인 양자 비트를 사용한다. 양자 비트는 다음과 같이 “0” 또는 “1”의 상태가 될 수 있다.

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad , \tag{1}$$

α, β는 현재상태의 확률 폭(probability amplitude)을 정하는 복소수이다.

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \tag{2}$$

양자비트의 상태는 양자 갱신 연산에 의해 바뀐다. 양자 개체는 m 개의 양자 비트 배열로 정의한다. 매 세대 마다 양자 개체들을 유지한다.

$$Q(t) = \{\mathbf{q}_1^t, \mathbf{q}_2^t, ..., \mathbf{q}_n^t\} \tag{3}$$

t는 세대 수, n은 개체군 크기, $\mathbf{q}$는 양자 개체이다. 양자 비트가 확률적으로 superposition 상태를 나타낼 수 있기 때문에, 진화연산의 진행과정에서 다양성을 생성하는데 유익하다. 양자 개체 $\mathbf{q}_j^t$은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{q}_j^t = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \alpha_{j1}^t & \alpha_{j2}^t & \cdots & \alpha_{jm}^t \\ \beta_{j1}^t & \beta_{j2}^t & \cdots & \beta_{jm}^t \end{array}\right] \tag{4}$$

m 은 양자 비트의 수, 즉, 양자 개체 배열의 길이이다. j = 1, 2, …, n. 양자 진화 알고리즘의 전체 구조는 다음과 같다.

양자 진화 알고리즘
begin
    $t \leftarrow 0$
1) $Q(t)$ 초기화
2) $Q(t)$ 관측 후 $P(t)$ 생성
3) $P(t)$ 평가
4) $P(t)$중 최고 해들을 $B(t)$에 저장
5)   while (not 종료조건) do
      begin
            $t \leftarrow t+1$
6) $Q(t\text{-}1)$ 상태 관찰 후 $P(t)$ 생성
7) $P(t)$ 평가
8)   양자 갱신 연산을 통해 $Q(t)$ 갱신
9) $B(t\text{-}1)$과 $P(t)$중 좋은 해를 $B(t)$에 저장
10)   if (이주 조건)
            then **b** 를 $B(t)$로 이주
      end
end

---

1) $\mathbf{q}_j^0 = \mathbf{q}_j^t\big|_{t=0}$ (j = 1, 2, …, n)는 $1/\sqrt{2}$로 초기화한다. 이것은 하나의 양자 개체, $\mathbf{q}_j^0$ 가 가능한 모든 상태를 같은 확률로 선형 중첩의 상태로 표현한다는 것을 의미한다.

2) 이 단계에서는 $Q(0)$의 상태를 관측함으로써 $P(0)$안의 해를 생성한다. 처음 세대(t=0)일 때 $P(0) = \{\mathbf{x}_1^0, \mathbf{x}_2^0, ..., \mathbf{x}_n^0\}$이다. 하나의 이진 해 $\mathbf{x}_j^0$(j = 1, 2, …, n)는 $|\alpha_i^0|^2$와 $|\beta_i^0|^2$ (i = 1, 2, …, m, of $\mathbf{q}_j^0$)의 확률값을 이용하여 0 또는 1 을 결정한다.

3) 각 이진 해 $\mathbf{x}_j^0$는 적합도 함수(fitness function)의 레벨에 따라서 평가된다.

4) 이진 해들 중에서 초기 최고 해는 $B(0)$ ($B(0) = \{\mathbf{b}_1^0, \mathbf{b}_2^0, ..., \mathbf{b}_n^0\}$, $\mathbf{b}_j^0 (= \mathbf{b}_j^t\big|_{t=0})$)에 저장되고 이는 첫 세대의 $\mathbf{x}_j^0$와 같다.

5) 종료조건을 만족할 때까지 반복된다.

6), 7) 단계 2)와 같이, $P(t)$ 안의 이진 해들은 $Q(t\text{-}1)$의 양자 개체들을 다중 관측함으로써 형성된다. 그리고 각 이진 해들은 적합도 함수에 의해 평가된다.

8) $Q(t)$ 안의 양자 개체들은 아래에 정의된 양자 연산자에 의해 갱신된다.

$$U(\Delta\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta) & -\sin(\Delta\theta) \\ \sin(\Delta\theta) & \cos(\Delta\theta) \end{bmatrix} \tag{5}$$

$\Delta\theta$ 는 각 양자 비트의 회전 각도를 나타내고 실험 문제에 따라 다르게 설정할 수 있다.

9), 10) $B(t\text{-}1)$과 $P(t)$ 중 최고 해를 선택해서 $B(t)$에 저장한다. 만약 이미 저장 되 있던 해, **b** 보다 새롭게 선택한 해가 더 적합하다면 교체한다.

11) 만약 이주 조건을 만족시킨다면 최고해 b 는 $B(t)$로 이주한다. 전역적 또는 지역적 이주 연산은 전역 또는 지역 탐색을 하는데 도움이 된다. 이주 연산은 최고 해들이 한 그룹에 모이게 되므로 다양성을 유지하는데 방해가 되고 엘리트 주의가 너무 강해질 수 있다. 지역적으로 좋은 해가 전역 최고

해로 대부분 교체가 된다면 이주된 해들이 탐색 공간에서 뭉치는 현상이 나타날 수가 있다. 이러한 문제점을 방지하기 위해 제안하는 알고리즘은 이주 연산을 사용하지 않는다.

3. 다목적 함수 진화 알고리즘

다목적 함수 진화 알고리즘 (MOEA)는 두 가지 목적을 가진다. 첫째, 해들은 파레토 최적 공간에 최대한 가까워야 한다. 둘째, 이른 수렴(premature convergence)을 방지하기 위해 개체군의 다양성이 보장되어야 한다. 이 장에서는 빠른 비우위 정렬(fast nondominated sorting) 알고리즘과 군집 거리 계산(crowding distance calculation) 방법 등 최신 MOEA 의 기법들을 살펴본다[6].

1) 엘리트 주의

좋은 품질의 개체를 잃어버리는 것을 막는 엘리트주의는 다목적 함수 진화 알고리즘들에 많이 사용되고 있다[20]-[22]. 엘리트주위를 실현하기 위해 개체군을 각 단계별로 구분하는 것이 중요하다. 빠른 비우위 정렬을 하기위해 우선, 해를 하나씩 비교, 검사하면서 비우위 범위(nondominated front)가 발견되면 일시적으로 저장하고 다음 비우위 범위를 찾는다. 이 방법은 모든 개체들이 등급(rank)이 매겨질 때까지 계속 된다. 빠른 비우위 정렬은 시간 복잡도를 $O(MN^3)$에서 $O(MN^2)$로 줄인다.

2) 다양성 보존

다목적 함수 진화 알고리즘의 두 번째 조건을 만족시키기 위해 각 개체들의 조밀도(density)를 측정하는 다양성 보존 방법을 소개한다. 표준화된 (normalized) 군집 거리 계산 방법은 해들의 조밀도를 측정하는데 효과적이다. 해의 군집 거리는 양쪽의 가장 가까운 두 해를 꼭지점으로 하는 사각형의 평균 길이이다. 모든 해의 군집거리를 계산하는데 $O(MN\log N)$만큼의 시간복잡도가 소요된다.

4. 양자 다목적 함수 진화 알고리즘

이장에서는 파레토 해에 근접성을 높이고 비우위 해들의 다양성을 향상 시키기 위한 양자 다목적 함수 진화 알고리즘(QMOEA)를 제안한다.

1) 알고리즘 절차

양자 진화 알고리즘을 다목적 함수 최적화 문제에 적용시키기 위해서는 매 세대마다 해를 평가하고 정렬하는 기본 구조가 필요하다. [6]에서 제안된 구조에 양자개념을 도입한 양자 다목적 함수 진화 알고리즘의 구조는 다음과 같다.

```
양자 다목적 함수 진화 알고리즘
begin
    t ← 0
    Q(t) 초기화
    Q(t) 관측 후 P(t) 생성
    while (not 종료조건) do
    begin
        t ← t + 1
        Q(t) 관측 후 자식 개체군 O(t) 생성
        P(t) + O(t) 집단의 등급과 조밀도 계산
        빠른 비우위 정렬
        정렬된 2N 개체 중 상위 N 개체 선택
        양자 연산을 통해 Q(t) 갱신
    end
end
```

각 양자 개체들을 다중 관측함으로써 여러 이진 해들을 구한다. 자식 세대를 생성하는 데 다중 관측은 선택된(좋은 품질의) 해 주변 해 공간을 탐색할 수 있게 한다. 이것은 파레토 해에 더욱 가까이 근접하는데 도움을 준다.

2) 양자 연산

양자 연산(Q-gate)는 유전자 알고리즘의 교배나 돌연변이 연산과 같은 역할을 수행한다. 회전 연산자 $U(\Delta\theta)$는 양자 개체 **q** 에 변화를 주는 연산자이다. 제안된 알고리즘에서 회전 연산자는 양자 진화 알고리즘의 갱신 방법과 같다.

```
양자 연산
begin
    i ← 0
    while (i < m) do
    begin
        i ← i + 1
        Δθ 결정
        다음 식에서 (α_i', β_i')를 구한다
        if(q 가 1 또는 3 사분면에 위치)
            then [α_i', β_i']^T = U(Δθ) [α_i, β_i]^T
            else [α_i', β_i']^T = U(-Δθ) [α_i, β_i]^T
    end
  q ← q′
end
```

---

3) 그룹 분류

양자 개체들이 회전연산자를 통해 갱신할 때 갱신 연산은 최고 해의 양자 비트를 참조한다. 개체군은 품질 내림차순으로 여러 그룹들($G_1, G_2, \ldots, G_n$)로 나뉜다. 높은 등급과 적은 조밀도로 이미 개체들이 정렬 되어있기 때문에 G_1 이 최고 그룹으로서 양자 연산 시에 활용된다. 다른 등급이 낮은 그룹들($G_2, G_3, \ldots, G_n$) 의 양자 비트들은 최고 그룹을 참조하면서 갱신한다. 엘리트 주의를 위해, 최고 그룹

안의 양자 개체들은 세대마다 보존된다. **x** 와 **b** 를 비교하는 방법은 다음과 같다:

G_i 안의 모든 개체들을 G_1 의 i 번째 해와 비교한다.

$$G_{size} = \frac{N}{n}, \qquad G_{size} \geq n, \tag{6}$$

n 은 그룹 수, N 은 개체군 크기, G_{size} 는 그룹 안 개체 수를 나타내는 정수이다.

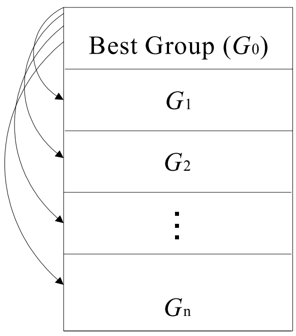


그림 1. 그룹간의 비교 방법

5. 실험 결과

이장에서는 다목적 0/1 배낭 문제[3]를 소개하고, 다양성 측정기준과 제안한 알고리즘의 성능을 설명한다.

1) 다목적 0/1 배낭 문제

다목적 0/1 배낭 문제(multiobjective 0/1 knapsack problem)는 다목적 함수 진화 알고리즘의 성능을 측정하기 위한 좋은 문제이다. 문제의 목적은 배낭의 무게가 주어진 제한 용량을 넘지 않고 총 이득을 최대화하는 아이템을 찾는 것이다.

제약조건은 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^{n} w_{i,j} \cdot x_j \leq c_i \quad (l \leq i \leq k) \tag{7}$$

$p_{i,j} = i$ 번째 배낭의 j 번째 아이템의 이득,
$w_{i,j} = i$ 번째 배낭의 j 번째 아이템의 무게,
$c_i = i$ 번째 배낭의 용량.

$$f_i(x) = \sum_{j=1}^{n} p_{i,j} \cdot x_j \tag{8}$$

에서 $f(x) = (f_1(x), \ldots, f_n(x))$를 최대화 한다. 한편, 제약 조건 안에서 효과적으로 이득을 계산하기 위해 욕심쟁이 수정 방법(greedy repair method)를 사용한다.

2) 다양성 측정기준

다양성을 측정하기 위해 기존의 다양성 측정 기준[23]의 단점을 보완한 식을 사용한다. 기존 식의 분모가 무한대 값을 가지는 것을 막기 위해 정수 1 을 더하였다.

$$D = \frac{\sum_{k=1}^{n} (f_k^{(\max)} - f_k^{(\min)})}{1 + \sqrt{\frac{1}{|N_0|} \sum_{i=1}^{|N_0|} (d_i - \bar{d})^2}} \tag{9}$$

N_0 는 비우위 해의 집합이고 d_i 는 i 번째 해와 가장 가까운 이웃 해와의 최소 거리이고, $\bar{d}$ 는 d_i 의 평균이다. 그리고 $f_k^{(\max)}$ ($f_k^{(\min)}$)는 k 번째 목적함수의 최대(최소)값을 나타낸다. D 가 클수록 해 집합의 다양성이 크다는 것을 의미한다.

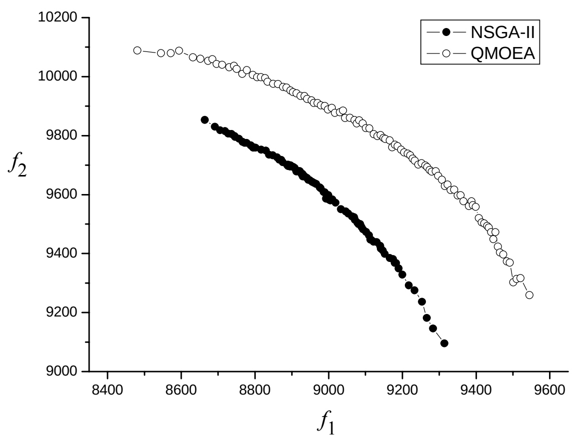
3) 실험 결과

실험을 위해 250 아이템, 500 아이템, 750 아이템을 선정하고 NSGA-II 와 비교하였다. NSGA-II 는 염색체를 이진수로 부호화하였고 pairwise 토너먼트 선택과 1-점 교배, bitwise 돌연변이 연산을 사용하였다. 실험에 사용된 변수들은 표 1 과 같이 설정하였다.

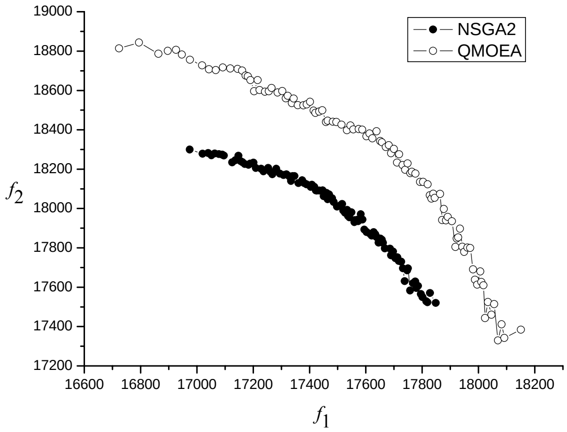
표 1. 변수 값 설정

변수	값
개체군 크기 (N)	100
세대수	100
교배 확률 (p_c)	1.0
돌연변이 확률 (p_m)	$1 / l$
관측수	3
그룹 수 (n+1)	10
$\Delta\theta$	0.1π

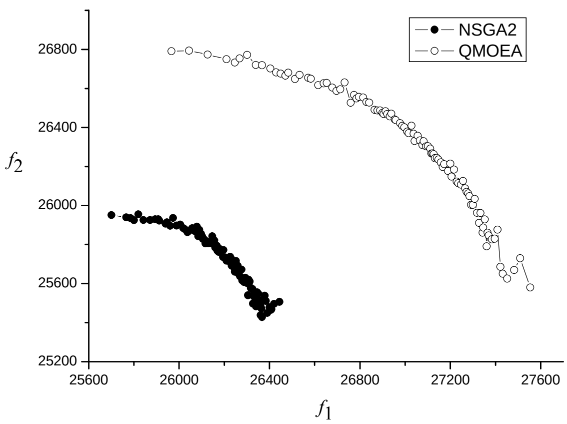
변수 값들은 여러 실험을 통해 경험적으로 설정되었고 20 회 실험의 평균값을 그래프화 하였다.



(a) 250 아이템



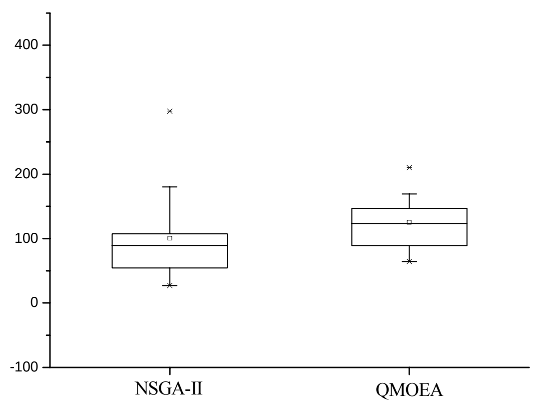
(b) 500 아이템



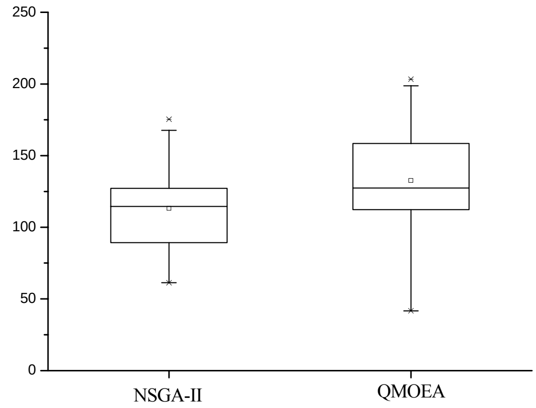
(c) 750 아이템

그림 2. 배낭 문제에서 실험결과 비교

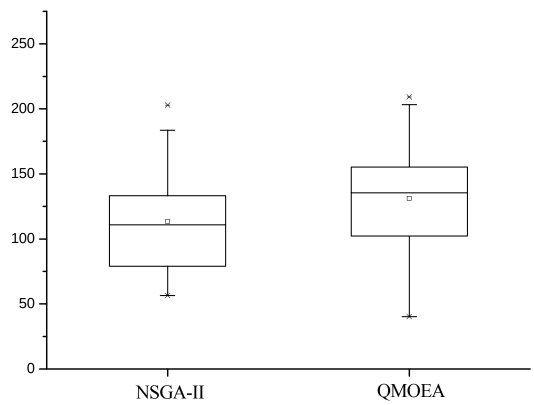
그림 2 는 제안된 알고리즘의 성능이 NSGA-II 에 비해 뛰어나다는 것을 보여준다. 파레토 해에 대한 근접성은 특별한 측정기준 없이도 그래프 상에서 우위를 확인할 수 있다. 제안된 알고리즘은 양자 진화 알고리즘이 지역 탐색을 보다 많이 할 수 있다는 장점에 영향을 받아 같은 세대 안에서 보다 좋은 품질의 해를 찾을 수 있었다. 그리고 문제가 복잡해짐(250 아이템에서 750 아이템)에 따라 제안된 알고리즘은 더욱 큰 성능을 발휘하고 있다.



(a) 250 아이템



(b) 500 아이템



(c) 750 아이템

그림 3. 배낭 문제에서 다양성 비교

다양성에 관한 성능은 그림 3 에 나타나있다. 세로축은 앞서 언급한 다양성 측정기준(D)을 나타낸다. 다양성에 관해서도 제안된 알고리즘의 성능이 우수하다는 것을 보여준다. 결론적으로 제안된 알고리즘이 파레토 해에 대한 근접성과 다양성, 두 가지 측면 모두에서 좋은 성능을 보여주고 있다.

6. 결론

이 논문은 양자 개념이 도입된 양자 다목적 함수 진화 알고리즘(QMOEA)를 제안하였다. 양자 컴퓨팅의 메커니즘은 진화 알고리즘에서 지역 탐색을 강화하는데 도움을 준다. 실험 결과는 파레토 해에 대한 근접성이 높을 뿐 만 아니라 다양성을 잘 유지 하고 있음을 보여준다. 보다 복잡한 문제에서 큰 성능을 발휘하는 것으로 보아 목적함수가 증가하더라도 좋은 해를 찾을 것으로 기대된다. 또한 양자 개념을 통해 제안된 방법은 다른 일반적인 진화 알고리즘의 구조에도 적용이 가능하다.

Achnowledgement

본 연구는 정보통신부 대학 IT 연구센터 육성 지원사업의 연구결과로 수행되었습니다.

참고문헌

[1] H. Ishibuchi, T. Murata, "A Multiobjective Genetic Local Search Algorithm and Its Application to Flowshop Scheduling," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 28, no. 3, pp. 392-403, August 1998.

[2] H. Ishibuchi, T. Yoshida, T. Murata, "Balance Between Genetic Search and Local Search in Memetic Algorithms for Multiobjective Permutation Flowshop Scheduling," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 7, no.2, pp. 204-223, April 2003.

[3] E. Zitzler, and L. Thiele, "Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* vol. 3, no. 4, pp. 257-271, 1999.

[4] E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele, "SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm," *Technical Report 103*, Computer Engineering and Communication Networks Lab, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich (2001).

[5] N. Srinivas and K. Deb, "Multiobjective Function Optimization using Nondominated Sorting Genetic Algorithms," *Evol. Comput*., vol. 2, no. 3, pp. 221-248, Fall 1995.

[6] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* vol. 6, no. 2, pp. 182-197, 2002.

[7] E. Zitzler, K. Deb and L. Thiele, "Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results," *Evol. Compu*., vol. 8, no. 2, pp.173-195, Summer 2000

[8] K. Deb and T. Goel, "Controlled Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithms for Better Convergence," E. Zitzler, K. Deb, L. Thiele, C.A. Coello Coello, D. Corne (eds.) in *Proceedings of the First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, Springer, Berlin, pp. 67-81, 2001.

[9] P. Benioff, "The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines," *Journal of Statistical Physics*, vol. 22, pp. 563-591, 1980.

[10] R. Feynman, "Simulating physics with computers," *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 21, no. 6, pp. 467-488, 1982.

[11] D. Deutsch, "Quantum Theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer," in *Proceedings of the Royal Society of London A*, vol. 400, pp. 97-117, 1985.

[12] D. Deutsch, "Quantum computational networks," in *Proceedings of the Royal Society of London A*, vol. 425, pp. 73-90, 1989.

[13] K.–H. Han and J.–H. Kim, "Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problem," in *Proc. 2000 Congr. Evolutionary Computation*, vol. 2, pp. 1354-1360, La Jolla, CA, July 2000.

[14] K.–H. Han, K.–H. Park, C.-H. Lee, and J.-H. Kim, "Parallel quantum-inspired genetic algorithm for combinatorial optimization problem," in *Proc, 2001 Congr. Evolutionary Computation*, vol.2, pp. 1422-1429, Seoul, Korea, May 2001.

[15] K.-H. Kim, J.-Y. Hwang, K.-H. Han, J.-H. Kim, and K.-H. Park, "A Quantum-inspired evolutionary computing algorithm for disk allocation method," *IEICE Trans. Inform. Syst*., vol. E86-D, pp. 645-649, Mar. 2003.

[16] J.-S. Jang, K.-H. Han, and J.-H. Kim, "Quantum-inspired evolutionary algorithm-based face verification," in *Lecture Notes in Computer Science*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, Proc. Genetic Evolutionary Computation Conf. (2724), pp. 2147-2156, July 2003

[17] K.-H. Han and J.-H. Kim, "On setting the parameters of quantum-inspired evolutionary algorithm for practical applications," *in Proc. 2003 Congr. Evolutionary Computation*, Canberra, Australia, pp. 178-184, Dec. 2003.

[18] K.-H. Han and J.-H Kim, "Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization," *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, vol. 6, pp. 580-593, 2002

[19] K.-H. Han and J.-H. Kim "Quantum-inspired evolutionary algorithms with a new termination criterion, Hε Gate, and two phase scheme," *accepted for publication in the IEEE Trans. Evolutionary Computation*, vol. 8, No. 2, 2004.

[20] K. A. De Jong, "An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems," Ph.D. dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, MI, 1975, (University Microfilms No. 76-9381).

[21] K. Deb, "Multi-objective optimization using evolutionary algorithms, ser. *Wiley-Interscience series in systems and optimization*. John Wiley & Sons, 2001.

[22] C. A. Coello Coello, D. A. Van Veldhuizen, and G. B. Lamont, "Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems," ser. *Genetic algorithms and evolutionary computation*: 5. New York: Kluwer Academic, 2002.

[23] H. Li, Q. Zhang, E. Tsang, and J. A. Ford, "Hybrid Estimation of Distribution Algorithm for Multiobjective Knapsack Problem," *EvoCOP 2004*, LNCS 3004, pp. 145-154, 2004.